No.003　地価はランダムウォークするか
～株価のアナロジーで地価を説明する～

2000 年 10 月 10 日

不動産鑑定士　堀田　勝己

1.ランダムウォークとブラウン運動

株価変動を説明するものとして、ランダムウォーク理論がある。 これは、株価の動きがまるで千鳥足のように前後の脈絡なくふらふら進むとするものであり、離散的時系列において捉えた場合、各時点間の変化量は正規分布に従っている。 このランダムウォークの極限として、連続的時系列における変動を捉えたものがブラウン運動又はウィナー過程（*1）と呼ばれる。 但し、株価の動きには、基本的なトレンド（上昇又は下落傾向）がまずあり、これと短期的なブラウン運動との合成として捉えることが妥当であり、そのようなトレンド（ドリフト率という）を加味したブラウン運動のことを、幾何学的ブラウン運動（*2）という。

本稿では、地価変動（正確には地価変動率）をこの幾何学的ブラウン運動として捉えた上で、将来地価の推定方法について考察してみたい。

---

*1：ウィナー過程

変数 Z の微小時間⊿t における変化を⊿Z とすれば、

$$\varDelta Z = \varepsilon\sqrt{\varDelta t}$$

このεは、標準正規分布に従う確率変数であり、時系列的に無相関である。従って、異なる時間区間における⊿Z は、互いに i.i.d.（独立だが同一の確率分布に従う）である。

*2：幾何学的ブラウン運動

株価：S
微小時間⊿t における S の変動：⊿S
ドリフト率：μS
ボラティリティ：σ
ウィナー過程に従う変数：⊿Z　とすると

$$\varDelta S = \mu S \varDelta t + \sigma S \varDelta Z$$

両辺をSで割ると、
⊿S/S＝μ⊿t＋σ⊿Z

つまり、⊿S/S（株価収益率：キャピタルゲイン率）が、平均μ⊿t、標準偏差 $\sigma\sqrt{\Delta t}$ の正規分布に従う。

2.幾何学的ブラウン運動の地価変動へのあてはめ

さて、地価を説明する場合には、株価同様、正規分布よりも対数正規分布を用いるべきである。常識的に言って、地価は最低でも 0 円であり、マイナスの値を取るとは考えられないためである。

ここで、

地価：L
微小時間における地価の変動：⊿L
ドリフト率（地価のトレンドラインを示すもの）：μL
ボラティリティ（地価変動の標準偏差）：σ

とし、地価が、

dL＝μLdt＋σLdZ

のような過程（伊藤過程）に従うとすると、

ここから派生した関数 G＝f(L)の確率過程は、伊藤のレンマ（*3）により、次の確率微分方程式で表される。

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial L}\mu L + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2 G}{\partial L^2}\cdot\sigma^2 L^2 \right)dt + \frac{\partial G}{\partial L}\cdot\sigma L dZ$$

・・・①式

なお、G＝logL とすれば、

$$\frac{\partial G}{\partial L} = L^{-1}, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial L^2} = -L^{-2}, \quad \frac{\partial G}{\partial t} = 0$$

より、

①式は、

$$\begin{aligned} dG &= \left\{ L^{-1}\mu L + \frac{1}{2}\cdot(-L^{-2})\sigma^2 L^2 \right\}dt + L^{-1}\sigma L dZ \\ &= \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)dt + \sigma dZ \end{aligned}$$

となる。

　これは、地価 L の自然対数である G について、dG が、

$$\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)dt$$ のドリフト項と、

　ボラティリティσであるウイナープロセスに従うディフュージョン項との和で表されるということであり、dG を、時間 t→T における変化分とすれば、dG は、

平均 $\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)$ 、標準偏差 $\sigma\sqrt{T-t}$ の正規分布に従うことを意味し、これを、

$$dG \sim N\left(\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t),\quad \left(\sigma\sqrt{T-t}\right)^2\right)$$

で表すこととする。

---

*3：伊藤のレンマ

　時間と共に変化する変数 x(t)の変化量⊿x が次の式に従って動いているとき、この時系列の動きを伊藤過程という。

　$\varDelta x = \mu(x,t)\cdot\varDelta t + \sigma(x,t)\cdot\varDelta z$

　上式につき、⊿t→0　とすると、伊藤過程は、

　$dx = \mu(x,t)\cdot dt + \sigma(x,t)\cdot dz$ となる。

　このとき、x(t)から派生した関数 G＝f(x,t)について考えると、この関数 G の動きは、

$$dG = \left[\frac{\partial G}{\partial x}\cdot\mu(x,t) + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2 G}{\partial x}\cdot\{\sigma(x,t)\}^2\right]\cdot dt + \frac{\partial G}{\partial x}\cdot\sigma(x,t)\cdot dZ$$

に従う。

　これを伊藤のレンマといい、2 変数関数の 2 次のテーラー展開と中心極限定理から導かれる（その証明については、確率解析の参考書等を参照されたい）。

　証券価格の関数と考えられる派生証券（デリバティブス）の価格の動きを説明する場合に有用であり、ヨーロピアン・コール・オプションのプライシングに用いられるブラック･ショールズ式は、この

伊藤のレンマを使って導かれている。

3.将来地価の区間推定

地価が上記のような確率過程に従うとすると、将来における地価については、次のように区間推定することが妥当と考えられる。

現在地価：L_t ， 将来地価：L_T とすると、

$$(\log L_T - \log L_t) \sim N\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t),\quad \left(\sigma\sqrt{T-t}\right)^2\right)$$ であるから、標準化を行うと、

$$\left[\left\{\log L_T - \log L_t - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)\right\}/\left(\sigma\sqrt{T-t}\right)\right] \sim N\left(0, 1^2\right)$$ ：標準正規分布

となる。

従って、例えば 95%信頼区間は、

$$-1.96 \leq \left[\left\{\log L_T - \log L_t - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)\right\}/\left(\sigma\sqrt{T-t}\right)\right] \leq 1.96$$

である。（*4）

---

*4：標準正規分布であるから、数表から簡単に横軸数値（パーセント点）が求められる。また、表計算ソフトにも専用の関数が用意されており、例えば Microsoft Excel では、NORMSINV 関数がある。

4.将来地価推定の数値例

現在地価L_t:300,000 円/㎡ →よって地価の自然対数 $G_t = \log L_t$ 12.6115
年間期待地価トレンド μ ：▲10%
ボラティリティ σ ：0.1
現在時点：t, 将来時点：T

以上の条件のもと、1 年後（T-t＝1）の期待地価の 95%信頼区間は、

$$-1.96 \leq \left[\left\{ \log L_T - 12.6115 - (-0.1 - \frac{0.1^2}{2})(1-0) \right\} / 0.1 \right] \leq 1.96$$

であり、これを解くと、

$$12.4869 \leq \log L_T \leq 12.5261$$
$$\exp(12.4869) \leq L_T \leq \exp(12.5261)$$
$$264{,}845 \leq L_T \leq 275{,}433$$

となるので、1 年後の期待地価は、確率 95%で 264,845 円/㎡から 275,433 円/㎡の間に含まれるとなる。

5.地価もランダムウォークするか

本稿では、地価も株価と同じくランダムウォークするものとして将来地価の推定に確率概念を導入した。しかしながら、土地は株式その他の金融資産のように毎日相場が立つようなものではなく、ましてや同じ不動産は二つと存在しないので、その取引は常に相対取引である。従って、価格の方向性を示すドリフト項については不動産価格においても妥当するが、株価の日揺動のような脈絡のない短期変動は発生しない（正しくは、顕在化しない）ので、ディフュージョン項については直ちに当てはまるとは言いがたい。

それでは、不動産価格にこのような確率概念を導入する意味はないのか。否、筆者はもちろん十分に意義があると思っている。

不動産価格は、金融資産のように同一のものが二つと存在しないため、取引当事者に客観的で公正な価格を把握する術がない。それゆえ市場代行者たる不動産鑑定士という役割があるのであるが、実際の取引価格はもちろん当事者が合意すればいくらで売買しようとも自由であり（契約自由の原則。但し、国土利用計画法等取引価格について一定の規制が存する場合には、それが事実上の上限となる）、売り手、買い手の双方が、入手しうる情報の範囲内で自ら値付けを行っている。両者の交渉の結果成立する価格には、両者の情報入手における限界、専門的知識の有無、地域相場についての精通度合い等が反映されているものと見ることができる。そのような不安定要因が、現実の取引価格をばらつかせ、同一の地域における同種の不動産でも様々な取引価格となって現れる。

従って、上記地価変動の方程式を活用する場合、実際には次のように解釈することが妥当であろう。

まず、ドリフト率については、評価対象不動産の存する地域における同種の不動産の過去の取引価格の変動率をもとに、そのトレンドラインを延長するなどの方法が考えられる。もちろん従前のトレンドが将来にわたってそのまま継続すると安易に判断してはならないが、予測のための重要な参考とはなろう。

次に、株価におけるボラティリティに相当するσについては、近隣地域等における取引事例から比準した（比準後の）各価格の対数値(logL)の標準偏差を採用することが考えられる。新興住宅地のようにほぼ同一時期にまとまって売買されるような地域や、農村集落のように、長期にわたりほぼ一定の価格水準で取引されるような地域においては小さくなるであろうし、反対に、不動産ごとの個別性が強く、一般人が相場観をつかみにくい高度商業地域などにおいては大きいであろう。

また、将来予測価格のぶれは、このような不動産の持つ特性のみならず、たとえ合理的経済人であっても予測についての限界というものが存在するため、それによっても発生する。当該予測限界に基づくσをも考慮に入れれば、なお一層精緻な予測が可能となろう。別稿において論じてみたい。もちろん、その数値の査定方法をどうするかという克服困難な問題はある（収益還元法（D.C.F.法）において将来の転売価格を永久還元式によって求める場合のターミナルレートに上乗せするリスクプレミアムを査定する際の合理的根拠が存しないことと軌を一にする問題である）。

なお、本稿における将来地価の推定は、あくまでも元本価格変動が幾何学的ブラウン運動に従うものとして考察しているため、賃料及び利回り変動の考察を詳細にすべき収益用不動産については直ちに適用しがたいものと思われる。そのため、収益用不動産については、賃料又は利回りが同様な確率過程に従うものとして考察することが考えられる。この点も別の機会に論じてみたい。

以上

[鑑定と金融理論の融合に向けて TOP ページ]　　[HOME]