スプレッドシートを利用した簡易型モンテカルロ・シミュレーションによるダイナミックＤＣＦ法

－鑑定実務への応用をめざして－

不動産鑑定士　堀田　勝己

※本稿は、清文社(http://www.skattsei.co.jp/)より発行の『Evaluation』第３号(2001年８月）に掲載された論文である。

－はじめに－

本稿は、Microsoft® Excel(※)等の表計算ソフト（スプレッドシート）を用いて、ダイナミックＤＣＦ法に基づく収益価格を試算するための一方法を不動産鑑定士としての立場から検討したものである。

バブル崩壊後、不動産に対する需要が低迷する中で、不動産価格をその利用による収益を基礎として把握する収益還元法が脚光を浴びている。ところが、従来からの鑑定手法は、基本的に不動産を長期保有資産として捉えていることや、収益還元法において採用される割引率等の各種数値については評価主体がその専門的知識及び経験等に基づいて設定しており、恣意性が混入しやすいなど、解決すべき問題は多い。

また、収益還元法は需要者サイドのアプローチとも言われるように、投資家が不動産に対する適正な投資価値を把握するテクニックとしても有用であるが、その際にも、より客観的な説明力を持つ価格を算出することが当然望まれる。

従来からあるＤＣＦ法（ディスカウンテッド・キャッシュフロー法）は、不動産を短期保有資産として捉えた評価手法ではあるものの単一の割引率、単一の賃料予測に基づく価格算定の方法であり、今後の経済環境の不透明さ、不確実性等を考慮すれば、よりフレキシブルな評価手法の確立が必要である。

金融工学の分野においては、株価等の価格過程に確率概念を導入して、将来の価格を確率分布で捉えることがある。これはいわば、将来の不確実な事象に対して単一の前提に基づく単一の結論を導き出すのではなく、不確実性を前提として将来事象を一定の幅で捉えようとするものである。

不動産の価格や賃料についても、株価におけるランダムウォーク理論(*1)になぞらえ、将来における変動を、不確実性を内包したランダムウォークとしてモデル設定することが可能である。

本稿においては、投資期間中に不動産から得られる賃料収入（可能総収入）を確率変数として捉え、表計算ソフトの乱数発生機能を用いてキャッシュフロー予測を行い、これにより投資価値としての不動産価格を試算するプロセスを概説する。

1.用語の定義

本稿において用いる各用語の意味は、次のとおりである。

簡易型モンテカルロ・シミュレーション

将来における不確実な事象を推定するための確率的モデルに基づく予測値を解析的に求めるのではなく、コンピュータの発生する乱数系列を用いて無作為な試行を十分に多い回数行うことによって、期待値を推定する方法を、一般にモンテカルロ・シミュレーションというが、パソコンの表計算ソフト等で発生させることのできる擬似乱数を用いても手軽にシミュレーションが行えることから、本稿では「簡易型」の文字を冠している。

擬似乱数

乱数とは、本来全くランダムな数値系列であるが、真の乱数を得ることは一般のコンピュータでは困難であるため、パソコンでは一定の数学的技法によって真の乱数ではないが、類似のものを生成しており、これを擬似乱数と呼んでいる。

一様乱数・正規乱数

ある一定の範囲内で、すべての数値の発生する機会が等しい乱数を一様乱数といい、発生する数値がある平均値を中心に正規分布する乱数を正規乱数という。特に平均０、分散１（従って標準偏差も１）である正規乱数を標準正規乱数と呼ぶ。

なお、本稿では、一様分布をＵ、正規分布をΦで表すこととする。

信頼区間

ある変数が確率分布するとき、当該確率密度関数を、

$$y = f(x)$$ 【1-1 式】

とすれば、

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$ 【1-2 式】

であるが、

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 1 - L$$ 【1-3 式】

となる区間を、100(1－L)%信頼区間といい、a が上限、－a が下限である。

ＶａＲ（バリュー・アット・リスク）

確率変数の分布関数（累積密度関数）をＦで表し、

$$F(b) = \int_{-\infty}^{b} f(x)dx = \alpha$$ 【1-4 式】

であるとき、b を水準 100(1－α)%のＶａＲ（バリュー・アット・リスク）と呼ぶ。これは、確率 100(1－α)%でこれ以上の結果が得られるということであり、言い換えれば、ＶａＲを下回る確率はα%であるということになる。つまりこれは、下方片側リスクを表している。

不動産の価格（賃料）に当てはめてみると、「その価格以上の価格となる確率が 100(1－α)%であるような最安値」あるいは、「それ以下の価格が生起する

確率がα％であるような価格水準」と定義することができる。

上記は、分布関数の横軸数値そのものをＶａＲとする定義であるが、当該数値と分布の平均との格差をもってＶａＲと定義する場合もある。その場合、ＶａＲは、「100(1－α)%の確率で将来起こりうる損失の最大値」言い換えれば、「それ以上の損失が発生する確率はα％である」ということになる。

2.価格モデルの設定

シミュレーションを実行するにあたり、まず、求めようとする不動産価格の算定式（価格モデル）を設定しなければならない。

2-1.価格算定基本式

収益還元法の基本式は、次のとおりである。

$$P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t} + \frac{V_n}{(1+r)^n} \quad 【2\text{-}1\ 式】$$

ここで、

P_0：収益価格

C_t：第ｔ年の純収入

但し、$C_t = R_t - E_t$

（R_t：可能総収入, E_t：総支出）

r：割引率
n：投資期間

V_n：第ｎ年における転売純収入

2-2.キャッシュフロー変動モデル

金融理論においては、株価に関し効率的市場仮説の立場にたつと将来の株価変動は過去のデータから導くことのできない確率変動として考えざるを得なくなり、この確率過程を連続時間において捉えたものがブラウン運動（ウィナー過程）である。次式は、株価収益率（キャピタルゲイン率）が一定のトレンドを持って確率変動することを表現したものであり、一般化されたウィナー過程あるいは幾何学的ブラウン運動と呼ばれるものである。

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

$$\therefore dS/S = \mu dt + \sigma dz \quad 【2\text{-}2\ 式】$$

但し、Ｓ：株価
　　　ｔ：時間

μ：ドリフト係数
σ：ボラティリティ（標準偏差）
dz：平均 0、分散 1 のブラウン運動

この株価変動理論を地価変動にあてはめて論じたものに前川[1999]がある。本稿では、不動産から得られる賃料がこのような確率過程を辿るとした上で、これを離散時間に置き換え、一定の成長率を基調としつつも短期のランダムウォークを伴う確率変動モデルとして定式化する。即ち、投資期間中の第 t 年の賃料収入を、次式で表現することとし、これをもとに純収入を算出する。
なお初年度（t=1）は確率変数ではなく、確定数である。

$$R_t = R_{t-1} + \mu R_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$= (1+\mu)R_{t-1} + \varepsilon_t \quad (t=2,3,\cdots,n) \quad 【2\text{-}3\ 式】$$

ここで、
μ：賃料成長率（μ＜r）
但し、r より小としているのは、（可能総収入と共に総支出も同率で成長すると仮定した場合）キャッシュフローの割引現在価値の総和が発散しないための条件である。

ε_t：誤差項（確率変動部分）

但し、$\varepsilon_t \sim i.i.d\,\Phi(0,\sigma^2)$ (t=2,3,…,n) (*2)

即ちこの項は、独立して平均 0、分散σ^2の正規分布(*3)に従う確率変数である。

σ：ボラティリティ（可能総収入の標準偏差）

上記 2-3 式は、投資期間中の賃料が一定率μで成長する部分と、確率的に変動する部分との合成で与えられることを示しており、右辺第 2 項の誤差項を０とした場合には、連年の賃料収入は、公比(１＋μ)の等比数列となる。

2-3.投資期間の設定

基本的には、投資家が実行しようとする実際の投資期間を採用するが、周知のとおりこの期間が短かすぎると算出される試算価格の大半の部分が投資期間満了時における転売収入で説明されることとなり、DCF 法の意味合いが薄れる。従って、将来におけるキャッシュフロー予測が合理的に行える限りこの期間は長くとるほうが良い。本稿においては、10 年間と設定して議論をすすめる。

2-4.転売収入の求め方

投資期間満了時における転売収入の求め方には、①投資期間満了翌年の純収

入をターミナルレートで永久還元する方法、②DCF 法で求めようとしている未知の収益価格に変動率を乗ずる方法、③収益還元法以外の手法で求めた価格時点における対象不動産の価格に変動率を乗ずる方法、④絶対額で把握する方法等がある。

これらのうち④は将来における売却価格が予め約定されている等の特殊事情がある場合にのみ適用可能であるが、③の方法は、特に投資期間が短い場合には収益還元法の意義を没却せしめるものであって、原則として望ましくない。よって本稿では、前２者の方法を採用して考察する。なお、ここでは簡単のために転売に係る諸費用をネグレクトしていることに注意されたい。

2-4-1.投資期間満了翌年の純収入をターミナルレートで永久還元する方法

この方法は、投資期間満了翌年（以降）に期待される純収入をターミナルレート（転売時総合還元利回り）で永久還元するものであり、収益還元法の考え方を貫徹するという意味で最も望ましい方法である。将来にわたる純収入の変動予測等を織り込んだ標準的な純収入を採用するか、当該変動予測等をターミナルレートに反映させるかのいずれかとすべきであるが、どちらを採用しても理論的には同じである（例えばエルウッドのKファクター等を応用して純収入を調整するか、同係数の逆数をターミナルレートに乗ずる場合など）(*4)。

下記では、キャッシュフロー自体に将来の変動予測等を織り込んだ標準的純収入として算定する方法を示す。

$$V_n = \frac{C^*_{n+1}}{r_t} \quad 【2\text{-}4 式】$$

ここで、C^*_{n+1}：投資期間満了翌年以降の標準化された純収入

r_t：ターミナルレート

但し、流動性リスク$(1/\beta)$と、新築時における積算価格(P'_p)に占める建物等の価格(P'^B_p)の割合及び耐用年数(N)を考慮した償却率(d)とを加味する。

$$r_t = \frac{1}{\beta}(r+d) \quad 【2\text{-}5 式】$$

βは市場における流動性を反映した係数。$(0 < \beta \leq 1)$

$$d = \frac{P'^B_p}{P'_p} \cdot \frac{r}{(1+r)^N - 1} \quad 【2\text{-}6 式】$$

2-4-2.未知の収益価格に変動率を乗ずる方法

この方法は、投資期間満了時における転売価格が価格時点現在における収益価格を基礎として算定できるとするものであり、上記 2-4-1 の方法と同様収益還元法以外の考え方を混入させない方法であると言える。

$$V_n = P_0(1+\mu)^n \quad 【2\text{-}7\ 式】$$

ここで、元本価格変動率として、賃料収入の成長率を採用している。これは、元本価格の変動はキャッシュフローの変動によってもたらされるという収益還元法の基礎的論理に基づく。

この方法を用いる場合、将来における転売価格が求めようとしている未知の現在価格の関数となるため、あらかじめ価格算定基本式である 2-1 式を次のように変形し、現在価格について式を解いておかなければならない。

$$P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t} + \frac{V_n}{(1+r)^n} \quad 【2\text{-}1\ 式（再掲）】$$

$$= \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t} + \frac{P_0(1+\mu)^n}{(1+r)^n} \quad 【2\text{-}8\ 式】$$

$$P_0\left\{1-\frac{(1+\mu)^n}{(1+r)^n}\right\} = \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

$$\therefore P_0 = \left\{\sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t}\right\} \cdot \left\{\frac{(1+r)^n}{(1+r)^n-(1+\mu)^n}\right\} \quad 【2\text{-}9\ 式】$$

2-9 式からわかるように、この方法は、基本的に投資期間内のみにおけるキャッシュフローで対象不動産の価格を説明するものであるから、高瀬[1998]においても指摘されているように、投資期間内における純収入が長期的にみて標準的でないような場合には、良い方法ではない。

なお、ここでは 2-5 式の流動性リスクを明示的に取り上げなかったが、もちろんこれを加味して、2-7 式を、

$$V_n = \beta P_0(1+\mu)^n \quad 【2\text{-}7b\ 式】$$

としてよい。この場合、2-9 式は、

$$P_0 = \left\{\sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t}\right\} \cdot \left\{\frac{(1+r)^n}{(1+r)^n-\beta(1+\mu)^n}\right\} \quad 【2\text{-}9b\ 式】$$

と修正される。

2-5.割引率等の設定

割引率(r)及び賃料成長率(μ)については、投資分析手法としての DCF 法においては、基本的に投資家の期待する投資収益率、予想する賃料収入成長率を採用すればよいが、中立的立場としての鑑定評価にあっては、市場における同種の投資物件に係る収益率や賃料変動率等の客観的データの裏付けが必要である。現状では、これらのデータ整備が十分に進んでいるとは言い難いので、説得力のある数値の提示は容易ではないと思われる。しかしながら、不動産鑑定士として合理的根拠を持った数値提示は当然求められるであろうし、場合によっては投資家（当該不動産の購入者）の意見を聞いた上で、設定することも必要であろう。

つまり、ある予測数値を前提としたコンサルタント価格が求められているのか、公正中立な立場としての鑑定評価なのか、シーンによって異なる部分である。

3.スプレッドシートへの展開

上記 2.の価格モデルに従い、スプレッドシート上にキャッシュフロー表を作成する。

2-3 式において示したとおり、賃料収入中には誤差項（確率変動部分）を含むので、これに用いるため正規分布に従う乱数を生成する必要がある。

同式に現れる ε_t は、平均 0、分散 σ^2 の正規分布に従う確率変数からのランダムサンプルであるが、これを求める基本として、まず平均 0、分散 1 の標準正規分布に従う乱数を生成する。

3-1.標準正規乱数の生成

Microsoft® Excel 等の表計算ソフトには、一様分布に従う擬似乱数を生成する機能があるため、一様乱数を正規乱数に変換することにより利用できる。乱数が従う分布を変換する方法には、様々な方法があるが、パソコン上で簡単にできる方法として、①中心極限定理を利用する方法、②逆関数法、③Excel の分析ツールを利用する方法を紹介する。

3-1-1.中心極限定理を利用する方法

この方法は、後述する正規乱数発生機能や、正規分布の累積密度関数の逆関数値を与える関数機能が備わっていないアプリケーションソフトでも、一様乱数さえ発生できれば採用可能である。

中心極限定理(Central Limit Theorem)とは、ごく簡単に言えば、どのような分布に従う確率変数であってもそこから十分に大きい数だけ取り出して合計すると、その分布は正規分布に近づくというものである。具体的には、平均 m、標準偏差σ'であるデータ集団（分布の形は問わない）から n 個抽出し

て合計したものの分布は、平均 nm、標準偏差$\sigma = \sigma' \sqrt{n}$の正規分布で近似できる。

いま、標準一様分布 U(0,1)に従う乱数 Ui を 12 個（$U_1, U_2, \cdots, U_{12}$）発生させ、その合計を M とする。

$$M = \sum_{i=1}^{12} U_i \quad 【3\text{-}1 式】$$

但し、Ui は U(0,1)からのランダムサンプル

U(0,1)は、平均1/2、標準偏差$\sigma' = \sqrt{1/12}$（*5）であるから、M は、平均が$12 \times 1/2 = 6$で、標準偏差が$\sigma = \sqrt{1/12} \times \sqrt{12} = 1$である正規分布で近似できることになる。従って、M から 6 を引くことにより標準化が可能である。

M’=M－6 とすれば、
M’～Φ(0,1) （標準正規分布）

Excel では、標準一様分布 U(0,1)に従う乱数を発生させる RAND 関数を用いて、次のように計算式を入力する。

=RAND()+RAND()+RAND()+RAND()+RAND()+RAND()+RAND()+RAND()
+RAND()+RAND()+RAND()+RAND()－6

この方法は、クリッツマン[1997]等において示されている方法であり、同書では「正規分布から得られる乱数として最も良い推定値を与えるアルゴリズム」（同書 p150）として下記式を示している。

$$X_n = \left(\sum_{i=1}^{n} U_i - n/2 \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{n/12}} \quad 【3\text{-}2 式】$$

但し、X_n：標準正規分布に従う乱数の推定値

U_i：一様分布に従う乱数

n：乱数の個数

乱数を 12 個発生させる理由は、上記 3-2 式を見ればわかるとおり、n=12 とすれば計算が簡便であり、何よりも計算式入力の手間と近似の程度とを考量してのことである。保江[2000]においても、この方法が丁寧に解説されている。

3-1-2.逆関数法

一様分布に従う乱数を別の分布に従う乱数に変換する２つめの方法として、変換しようとする分布関数の逆関数を利用する方法がある。例えば指数分布など、逆関数が容易に求められる場合には簡便な方法である。
標準正規分布の密度関数を、

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\exp(-\frac{x^2}{2})$$ 【3-3 式】

とし、分布関数（累積密度関数）を、

$$F(z)=\int_{-\infty}^{z}f(x)dx$$ 【3-4 式】

とした場合、この逆関数を利用して、

$$z=F^{-1}(U)$$ 【3-5 式】

とすれば標準一様分布に従う乱数を、標準正規分布に従う乱数に変換できるはずなのだが、この標準正規累積密度関数の逆関数値は解析的には求められないため、一般にこの方法は不可能とされ、様々な近似式等が考案されている。
Excel では、この標準正規累積密度関数の逆関数値（横軸パーセント点。上記 3-5 式における z 値）を与える関数（NORMSINV 関数）が用意されているため、これを利用することができる。
この場合次のように計算式を入力する。

=NORMSINV(RAND())

3-1-3.Excel の分析ツールを利用する方法

Excel には、「分析ツール」として乱数発生機能が組み込まれている。これを利用すれば、正規分布、二項分布、ポワソン分布等様々な分布に従う乱数を生成することができる。
ツールメニューの中から「乱数発生」を選択し、開いたボックスの入力及び選択エリアに、変数の数、乱数の数等を入力するとともに分布の種類として「正規」を選択する。パラメータとして平均 0、標準偏差 1 がデフォルト値となっているので、そのまま実行すれば標準正規乱数が生成できる。
ただ、この方法は、乱数を発生したい度ごとに操作を行う必要があるため、ＶＢＡ（*6）等のマクロを組んでおくと良いかもしれない。

3-2.賃料成長率及びボラティリティ（*7）の設定

投資期間中のキャッシュフロー流列のパターンを決定するためには、その基となる賃料成長率と確率変動部分の標準偏差（ボラティリティ）を設定しなけ

ればならない。

考えられる方法としては、評価対象不動産の過去における賃料改定動向から分析、設定する方法がある。しかし、この方法では過去の実績が将来も続くものと安易に判断していることになり、マクロ的な視点が欠けている。そこで、対象不動産の種別、用途等を考慮して、地域における平均的賃料指数等、何らかの形で一般的動向を数値化したものを用いる必要がある。現段階では、地域ごと、不動産の種別や用途ごとの指数は作成されていないので、賃貸市場における募集賃料水準の動向等を時系列分析によって指数化する等の作業が必要となろう。もし、今後数年間は景気後退が続き、その後回復期が訪れるというような将来予測ができるとすれば、数年単位に区切って成長率を設定するほうが良いかもしれない。

なお、新築物件に係る賃料水準の推移を指数化したもののみを用いて変動予測を行うことは、対象不動産が年々老朽化することによる収益獲得力の低下、空室発生危険の増大等を看過することになるので、築年数が増大することに伴うリスクを加味する必要がある。当該リスクの測定方法としては、対象不動産の存する近隣地域等において多数の賃料事例を収集し、物件の築年数を説明変数の１つとする重回帰分析を行い、その偏回帰係数をもとに老朽化に伴う年あたりの賃料低下率を設定することが考えられる。

いま仮に、次のような賃料指数が得られたとすれば、ここから平均成長率と標準偏差を計算することができる。

期	a.賃料指数	b.成長率(%)
t -10	100.0	
t -9	99.0	-1
t -8	98.5	-0.50505
t -7	97.0	-1.52284
t -6	95.5	-1.54639
t -5	96.0	0.52356
t -4	96.0	0
t -3	96.5	0.52083
t -2	96.8	0.31088
t -1	97.0	0.20661
t 0	97.2	0.20619
①平均成長率(μ')		-0.280621
②分散(σ'2)		0.656131677
③標準偏差(σ')		0.810019553

①平均成長率　$\mu' = \dfrac{\sum b}{10}$　【3-6 式】

②分散　$\sigma'^2 = \dfrac{\sum (\mu' - b)^2}{10-1}$　【3-7 式】

③標準偏差　$\sigma' = \sqrt{\sigma'^2}$　【3-8 式】

上記μ'及びσ'を基に 2-3 式の賃料成長率μと誤差項に用いるボラティリティσを決定する。
このμ'が新築物件なみの賃料成長率であるとすれば、これに、上述した「老朽化に伴う賃料低下率」を加味して、次のようにμを決定する。

μ＝μ'－dep
但し、－dep は老朽化に伴う年あたり賃料低下率

上表σ'は、平均的賃料の時系列における"ぶれ"であるから、これに加え、同一時点における物件ごとの賃料のばらつきをも考慮すべきであろう。
なお、上表σ'は成長「率」の標準偏差であるから、キャッシュフロー表に展開するためには、例えば初年度賃料収入を乗ずるなどして賃料総額ベースの標準偏差σを算出する。

3-3.キャッシュフロー表の作成

以上の数値を前提にスプレッドシート上にキャッシュフロー表を作成する。
賃料収入部分が確率変動するためこれ以外の確定項目のみ表－１「賃料以外の収入および支出の各項目」で先に算出しておく。支出項目のうち、賃料収入の一定率として把握すべきものについては、本来賃料収入のシナリオごとに数値が変わるべきものだが、初年度は賃料（確定数値）に当該支出額の率を乗じ、次年度以降は賃料成長率に基づいて（１＋μ）の定率でスライドさせて行くことも容認されよう。
以上により賃料以外の収入合計（表－１の①-1 から①-11）と支出（同②-1 から②-11）が算出されれば、その差引結果（同③-1 から③-11、一時金収入等がない限り基本的にマイナスの数値となる）は、表－２の⑤-1 から⑤-11 に転記される。
表－２「キャッシュフロー表」は、シミュレーションによって賃料収入の多数のシナリオを展開する部分である（同表⑥-2 から⑥-11 までを第 1 シナリオとし、以降各行。なお⑥-1 の初年度賃料は確率変数ではなく確定数である）。
1,000 程度のシナリオであれば、通常のパソコンで何らの問題もなく生成できるが、筆者の試行では、CPU クロック数 500MHz、メモリ 64MB のノートパソコン上で 10 万個乱数を発生させた場合にも、動作はやや遅くなるものの、問題なく行うことができた。基本的にコンピュータの能力に大きく依存する部分である。ただ、ファイルの大きさが簡単に 5、6MB を超えるので、圧縮をしてもフロッピー・ディスクには保存できない点、注意を要する。
正規乱数を得る方法として、例えば 3-1-2 の逆関数法を採用する場合には、⑥-2 のセルには、次のように入力する（以下、[⑥-1]などの部分はセル参照を示す）。

=[⑥-1]＊(1+①)+②＊NORMSINV(RAND())

あるいは NORMINV 関数を用いて、
=[⑥-1]＊(1+①)+NORMINV(RAND(),0,②)

Excel の NORMINV 関数は、平均μ、標準偏差σである正規分布の累積密度関数の逆関数値を与える関数であり、カッコ内の３つの引数は、それぞれ（確率,μ,σ）である。

３年次の該当セル[⑥-3]にも同じく

=[⑥-2]＊(1+①)+②＊NORMSINV(RAND())

あるいは NORMINV 関数を用いて、
=[⑥-2]＊(1+①)+NORMINV(RAND(),0,②)

と入力し、以下４年次以降も同様に前年次賃料を参照する計算式とする。作業上、計算式をコピー可能とするためには、賃料成長率（①）とボラティリティ（②）のセル参照を絶対番地指定とし、前年次賃料のセル参照を相対番地指定としておけばよい。

当キャッシュフロー表で、年次を第 11 年までとってあるのは、転売収入を 2-4-1 の方法（投資期間満了翌年の純収入をターミナルレートで永久還元する方法）で求める場合に必要だからである。

純収入現価総和部分（⑦）のセルには、次のように入力する。

=([⑥-1]＋[⑤-1])/(1+③)+([⑥-2]＋[⑤-2])
/(1+③)^2+・・・・+([⑥-10]＋[⑤-10])
/(1+③)^10　　　　　　　　　　　　　　　　赤字は訂正部分

1,000 通りのシナリオを生成する場合には、合計 1,000 行となるが、計算式をコピーするためには、上式中、割引率部分（③）と「賃料以外の収入及び支出」のセル参照（[⑤-1],[⑤-2],…）の指定は絶対番地で、前年次賃料の数値参照部分は相対番地で指定しておく。

転売収入部分（⑧）は、2-4-1 の方法（投資期間満了翌年の純収入をターミナルレートで永久還元する方法）を採用する場合には、次のように入力する。

=([⑥-11]＋[⑤-11])/④　　　　　　　　　　　　赤字は訂正部分

2-4-2 の方法（未知の収益価格に変動率を乗ずる方法）を採用する場合には、事後的に求められる部分であるため、次のように入力する。

=⑨－⑦

収益価格（⑨）は、2-4-1 の方法を採用する場合には、⑦と⑧の現価の合計（=⑦+⑧/(1+③)^10）であるが、2-4-2 の方法を採用する場合には、次のようになる。　　　　　　　　　　　　　　　　赤字は追加部分

=⑦＊(1+③)^10/((1+③)^10－(1+①)^10)

以上のようにして、１つめのシナリオが出来上がれば、あとはこの行の全計算式を次行以降、必要数コピーすればよい。

図－１は、賃料サンプルパスのグラフ例である（Excel のグラフ機能上の制

約から 255 本のシナリオで描画）。

４.収益価格の算出

4-1.信頼区間と上限、下限

1,000 通りのシナリオを生成した場合、キャッシュフロー表の収益価格列（⑨）には、1,000 個の結果が算出される。個々の価格は、それぞれのシナリオに基づく結論であるから、与えられた条件に従う分布を為しているはずである。従って、ここでは信頼水準を決め、収益価格を幅で表現することとする。

図－２は、求められた価格ヒストグラム（度数分布図）の例である。

この価格の密度関数を f(x)、信頼水準を 100(1－L)%とし、区間下限を a、上限を b とすれば、

$$\int_a^b f(x)dx = 1 - L \qquad \text{【4-1 式】}$$

であるから、

$$\int_{-\infty}^a f(x)dx = \int_b^\infty f(x)dx = \frac{L}{2} \qquad \text{【4-2 式】}$$

を満たす a と b を求めればよい。

Excel には平均値を求める AVERAGE 関数と標準偏差を求める STDEV 関数があるので、これらを用いて平均価格(V_m)、標準偏差(σ_v)を容易に求めることができる。

密度関数 f(x)が正規分布をなしているとすれば、

=NORMINV(L/2,V_m,σ_v)

によって下限値 a を、

=NORMINV(1－L/2,V_m,σ_v)

によって上限値 b を求めることができる。

また、データのソート機能を使って 1,000 個の結果を昇順（又は降順）に並べ替え、下から 1,000(L/2)番目のデータを a、上から 1,000(L/2)番目のデータを b とするいわゆる数え上げによる方法も可能である。

4-2.ＶａＲ（バリュー・アット・リスク）

ある一定の確率で起こりうる価格の下限値として、ＶａＲで価格を表現することもできる。

上記 4-1 と同じく、平均価格を V_m、標準偏差をσ_vとし、密度関数 f(x)が正規分布をなしているとすれば、信頼水準 100(1－α)%のＶａＲは、

=NORMINV(α,V_m,σ_v)

によって求めることができる。

また、数え上げげによる方法も、同様に 1,000 個の結果の下から 1,000α番目のデータがＶａＲとなる。

例えば信頼水準 95%のＶａＲであれば、95%の確率でこの価格を上回るということであり、言い換えれば、この価格を下回る確率は５%未満ということである。

もし、分布の平均値で購入したとすれば、このＶａＲとの差額が、95%の確率で予想される損失額の最大値ということになる（この予想最大損失をＶａＲと定義する場合があることは前述の通り）。

５.数値例

下記条件のもとで、収益価格を試算してみた。なお、これはあくまでも架空の数値である。

【設定条件】

・投資期間(n)…10 年

・シナリオ数…1,000 通り

・初年度賃料（実効総収入）…1,200,000 円

・初年度総支出…252,000 円（詳細省略）

・割引率(r)…8%

・賃料成長率(μ)…▲0.8%
（新築新規賃料成長率▲0.3%
老朽化に伴う空室リスク等を含む下落率
▲0.5%）

・賃料標準偏差(σ)…10,800 円
（初年度賃料×0.9%）

・転売価格査定方法…純収入を永久還元
（但し、転売に係る費用等は無視）

・ターミナルレート(r_t)…9.38%

$$r_t = \frac{1}{\beta}\left\{ r + \frac{P_p^{'B}}{P_p^{'}} \cdot \frac{r}{(1+r)^N - 1} \right\}$$

β：0.9

$\dfrac{P_p^{'B}}{P_p^{'}}$：建物価格割合 0.5

N：建物耐用年数 30 年

【収益価格試算結果】

・期待値（平均値）…18,490,000 円

・95%信頼区間
　下限…17,100,000 円
　上限…19,880,000 円

・信頼水準 95%のＶａＲ…17,320,000 円
（期待値(平均値)との格差でＶａＲを定義した場合、▲1,170,000 円）

６.問題点と限界

6-1.データ収集方法及びデータの信頼度

この手法を用いる場合の最大の生命線と言えるのは、信頼性のある数値（条件）設定である。特に賃料の期待成長率や標準偏差については、過去における賃料指数の推移等から査定せざるを得ないが、現状ではその賃料指数すら客観的説明力を持つものが十分に整備されているとは言い難い。従って、この手法が真に有用となるためには、今後の賃料等データ整備如何に依存するものと言える。

6-2.価格モデル設定の問題

本稿では、投資期間中の可能総収入たる賃料収入が確率変動するものとしてキャッシュフローを算出したが、例えば割引率（ゴーイングレート）も確率変動するような想定も当然可能である。

また、賃料標準偏差（ボラティリティ）が時間と共に変動するモデルもありうる。

このように、より精緻な考察を行い、理論上は様々な価格モデルの構築が可能であるが､いずれも客観的説明力のある数値を設定できることが前提となる。従って、収益率データすら整備されているとは言い難い我が国の現状においては、見掛け上精緻な考察を行っても単なる数字遊びに終わる危険性があることに注意が必要である。

6-3.ＤＣＦ法自体の限界

ダイナミックＤＣＦ法は、従来のＤＣＦ法のような単一のシナリオに基づく試算ではなく、価格を確率的に捉えることに特徴がある。その意味で、将来の不確実性を考慮に入れた評価法であると言えるが、価格時点のみにおける投資価値の測定方法であるという点は、従来のＤＣＦ法と何ら変わりはない。言い

かえれば、価格時点において投資するとすればいくらが妥当かという判断材料にはなるものの、これによって最適投資時期等を知ることは出来ない。つまり、オール・オア・ナッシングの投資判断でしかないと言える。
　従って、投資タイミングまで考慮に入れた検討を行うためには、リアルオプション等の手法を採用することが必要である。

6-4.パソコンの能力の問題

　一般に数値シミュレーションの技法を採用する場合には、コンピュータの能力が問題となる。最近では、個人が一般に使用するパソコンの能力も大きく向上しているが、複数のアプリケーションソフトを同時に使用しながら膨大なデータ処理を行うと、フリーズしてしまう危険性もあるので注意が必要である。

6-5.専用ソフトの必要性と評価者のスキルの問題

　表計算ソフトの基本的な操作スキルが要求されるのは当然のことであるが、このようなシミュレーションを各自が一から行うことは、計算式の入力ミス等のリスクを考えるとあまり現実的とは言えない。従って、専用ソフトの開発が必要となろう。米国において、従来のＤＣＦ法のためにいくつかの権威あるソフトが開発されたことを見てもそれは理解されよう。
　また、専用ソフトが開発されても、前提条件の設定や、算出された数値についての解釈は評価者に委ねられる。従って、ＤＣＦ法に関する基礎的知識のほか確率分布や多変量解析等についての最低限の知識は要求されよう。

－おわりに－

　不動産が証券化等によって金融分野の一隅を占めるようになると、従来までそれぞれが培ってきたノウハウの融合や、人的、技術的交流が必要となるだろう。
　筆者はもとより金融理論や統計の専門家ではないので、本稿にも内容的に稚拙な部分があるものと思われる。諸賢のご叱正を賜りたい。
　鑑定評価が科学であるためには、評価主体の様々な判断について、一つ一つ明確な数値の裏付けをもって説明できることが必要である。明確な根拠のない「経験値」で逃げるのは科学的な態度ではあるまい(*8)。
　評価の設定条件や、その過程において採用した数値について、各々合理的な理由を付して説明することが、評価者の責任の範囲を明確にすることにもなるし、受け取る側の有力な判断材料ともなるのである。
　なお、繰り返しになるが、現段階ではこのような手法によって客観的に説明力のある価格を求めることが出来るほど諸データの蓄積は進んでいないため、本稿はいわゆるモデル提示に留まるものである。今後不動産インデックス等の一層の整備が進めば、より詳細かつ精緻な分析が可能となるものと思われる。実証的な研究は、他日を期したい。

(*1)効率的市場仮説に基づき、少なくとも市場がウィークフォームの効率性を満たしているならば、将来の状況は、過去の状況から予測することが出来ないことになる。そのような前提の下では、株価はまるで千鳥足のように前後の脈絡なくふらふらと進むことになる。これをランダムウォークという。ランダムウォークの極限として、連続時間で捉えたものがブラウン運動あるいはウィナー過程と呼ばれている。

(*2)i.i.d とは、”Independently and Identically Distributed”の略で、「独立して同一の分布に従う」の意味。なお、正規分布Φは、平均μ、分散σ ^{2} とすれば、通常、Φ(μ,σ ^{2})と書かれる。

(*3)不動産の価格や賃料のように、通常負の値を取りえないと考えられるものについては、本来正規分布よりも、対数正規分布を前提とすべきである。しかし、当モデルにおいては、賃料のうち確率変動する誤差項の標準偏差は、賃料総額に対する比率としては極めて小さいため、正規分布を前提としても事実上問題はない。

(*4)純収入の標準化やターミナルレートをめぐる議論については、後記参考文献にも掲げたとおり筆者のホームページで小稿を公開している。

(*5)区間[a,b]における一様分布を、一般に U（a,b）で表す。一様分布のうち、特に、U(0,1)を標準一様分布と呼ぶ。これは、区間[0,1]において生起するすべての値について確率が等しいので、その期待値は、1/2 である。

また、その分散σ $_u{}^2$ は、次のように 1/12 である。

$$\sigma_u^2 = \int_0^1 \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 dx$$

$$= \int_0^1 x^2 dx - \int_0^1 x dx + \frac{1}{4}\int_0^1 dx$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

標準偏差σ $_u$ は分散の平方根であるから、

$\sigma_u = \sqrt{\sigma_u^2} = \sqrt{1/12}$　となる。

(*6)Visual Basic for Applications の略で、Excel に組み込まれているプログラミング言語。

(*7)株価理論においては、株価収益率（キャピタルゲイン率）が確率変動するものとして定式化するが、株価収益率が従う分布の標準偏差のことを一般にボラティリティと呼ぶ。本稿では、不動産の可能総収入中の誤差項（確率項）が従う正規分布の標準偏差にこの語を用いている。

(*8)もちろんこのような究極の実証主義は、市場が完全にオープンであり、必要なデータが市場から得られることが前提となる。常に相対取引でしかない実物不動産（証券化された場合には様相は異なる）については、実証的数値の裏づけをもって説明できないケースは多々あるので、中立的立場における judgment として、経験値に基づく意見が求められる場合は当然ある。そのような鑑定評価の機能を、筆者は無論否定するものではない。

＜数式の訂正について＞

本文中、12 ページの上から 16、17 行及び 25 行の数式の中に、符号の誤りがあったため、訂正した。いずれも－から＋への訂正である。また、同ページ 29、30 行に数式等の不足部分を挿入した。詳細は、『「スプレッドシートを利用した簡易型モンテカルロ・シミュレーションによるダイナミックＤＣＦ法」の一部訂正について』を参照されたい。

2002 年 10 月 12,13 日

表－1

賃料以外の収入及び支出の各項目

年次	1	2	・・・・・・	10	11
【収入】					
一時金収入					
共益費等					
その他収入					
合計	①-1	①-2		①-10	①-11
【支出】					
管理費					
共益費					
修繕費					
公租公課					
損害保険料					
一時金返還					
その他費用					
合計	②-1	②-2		②-10	②-11
【差引】	③-1	③-2		③-10	③-11

表－2

賃料変動の前提となる各数値

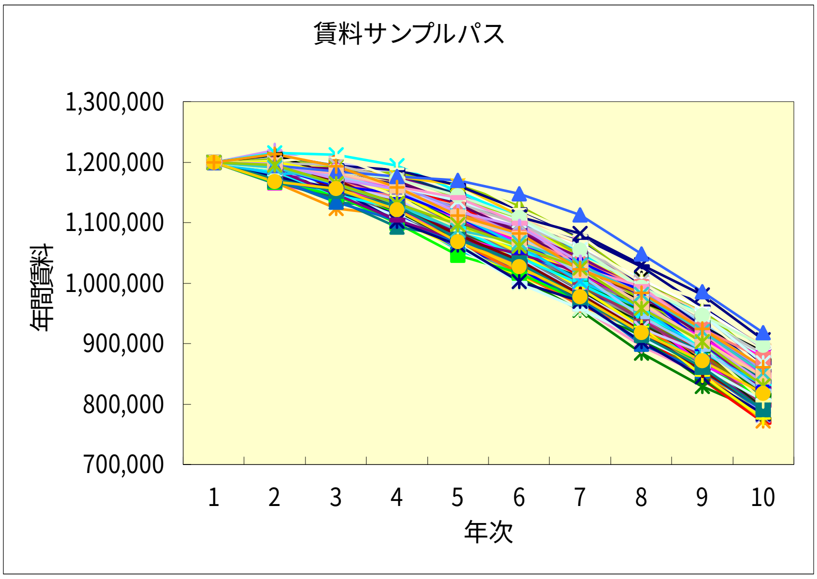
賃料成長率	①
ボラティリティ（標準偏差）	②

割引率等

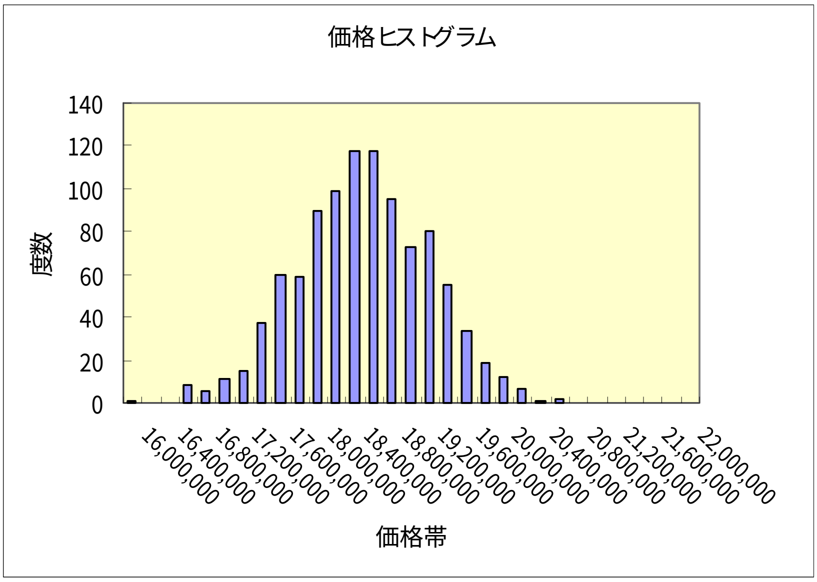
割引率	③
ターミナルレート	④

キャッシュフロー表	年次	1	2	・・・・・・	10	11	純収入現価総和	転売収入	収益価格
賃料以外の収入及び支出		⑤-1	⑤-2		⑤-10	⑤-11			
賃料シナリオ	1	⑥-1	⑥-2		⑥-10	⑥-11	⑦	⑧	⑨
	2								
	:								
	1000								

図－1


賃料サンプルパス
1,300,000
1,200,000
1,100,000
1,000,000
900,000
800,000
700,000
年間賃料
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
年次

図－２


価格ヒストグラム
140
120
100
80
60
40
20
0
度数
16,000,000
16,400,000
16,800,000
17,200,000
17,600,000
18,000,000
18,400,000
18,800,000
19,200,000
19,600,000
20,000,000
20,400,000
20,800,000
21,200,000
21,600,000
22,000,000
価格帯

<参考・引用文献>

有浦義明『EXCEL でわかる市場信用リスク管理』金融財政事情研究会、1998 年

石村貞夫・和田喜美雄『金融・証券のためのリスク管理と統計解析』東京図書、2000 年

刈谷武昭『金融工学の基礎』東洋経済新報社、1997 年

川口有一郎『入門不動産金融工学』ダイヤモンド社、2001 年

木島正明『EXCEL で学ぶファイナンス 1　金融数学・確率統計』金融財政事情研究会、1995 年

クリッツマン,M (著)、青山護(訳)『証券投資のための数量分析入門』日本経済新聞社、1997 年

小林秀二「市場の非合理性と不確実性に対する確率分布の導入について」『Evaluation No.1』清文社、2000 年

ジョリオン,F (著)、第一勧業銀行金融技術研究チーム(訳)『バリュー・アット・リスクのすべて』シグマベイスキャピタル、1999 年

高瀬博司『デューデリジェンスに基づく不良債権担保不動産の鑑定実務』清文社、1998 年

野口悠紀雄・藤井眞理子『金融工学－ポートフォリオ選択と派生資産の経済分析－』ダイヤモンド社、2000 年

原田康平『経済・金融分析のための VBA プログラミング』牧野書店、2000 年

藤林宏・岡村孝・河内規称『EXCEL で学ぶファイナンス 2 証券投資分析』金融財政事情研究会、1995 年

堀田勝己「収益還元法(D.C.F 法)における利回りについて」不動産鑑定士堀田勝己の WEB SITE、http://www.kanteishi.net/

前川俊一『不動産投資分析論[金融理論との融合をめざして]』清文社、1999 年

保江邦夫『Excel で学ぶ金融市場予測の科学』講談社、2000 年

山下智志『市場リスクの計量化と VaR』朝倉書店、2000 年

湯前祥二・鈴木輝好『モンテカルロ法の金融工学への応用』朝倉書店、2000 年